

Vermoeiing en Levensduur

WB1643 Werktuigkundig Ontwerpproject 3

Freek Broeren
TU Delft | Mechanical Engineering

Gepubliceerd op 2026-04-30

Laatst bijgewerkt op 2026-07-29

Inhoudsopgave

1 De Treinramp van Eschede	2
1.1 Reconstructie: van scheur tot catastrofe	2
1.2 Het wiel	3
1.3 Wat de ontwerpers misten	4
2 Leerdoelen	4
3 Spanningslevensduur	5
3.1 De S-N curve	5
3.2 De S-N machtsvergelijking	5
3.3 Vermoeiingsgrens $\Delta\sigma_e$	6
3.4 Invloedsfactoren op de S-N curve	6
4 Reklevensduur	7
4.1	7
4.2 Wanneer reklevensduur?	7
5 Ontwerpcriteria	8
5.1 Overzicht	8
5.2 Oneindige levensduur	8
5.3 Veilige levensduur	9
5.4 Faalveilig ontwerp	10
5.5 Schadetolerant ontwerp	12
6 Vermoeiingslevensduur	12
6.1 Belastingsspectrum	12
6.2	13
6.3 Palmgren-Miner Regel	13
6.4 Uitgewerkt voorbeeld	14
Bibliografie	15

https://www.youtube-nocookie.com/embed/o-6V_JoRX1g?si=8bkycu95onhei4br
 Figuur 1: Deze video introduceert veel van de begrippen uit dit college, zoals vermoeiing, S-N curves en de Palmgren-Miner regel. Niet alles uit deze video is onderdeel van de leerdoelen.

1 De Treinramp van Eschede

Op 3 juni 1998 reed de hogesnelheidstrein ICE 884 “Wilhelm Conrad Röntgen” van München richting Hamburg. Om 10:59 uur, bij een snelheid van circa 200 km/u nabij het Noord-Duitse Eschede, brak een wielband: een stalen ring die om de kern van het wiel gespannen zat. Het losgeraakte stuk wiel sloeg een rijdende wissel om, waarna de eerste wagons derailleerden en het betonnen wegviaduct over het spoor op de nakomende wagons neerstortte. Van de 299 inzittenden kwamen 101 mensen om het leven en raakten 88 ernstig gewond.



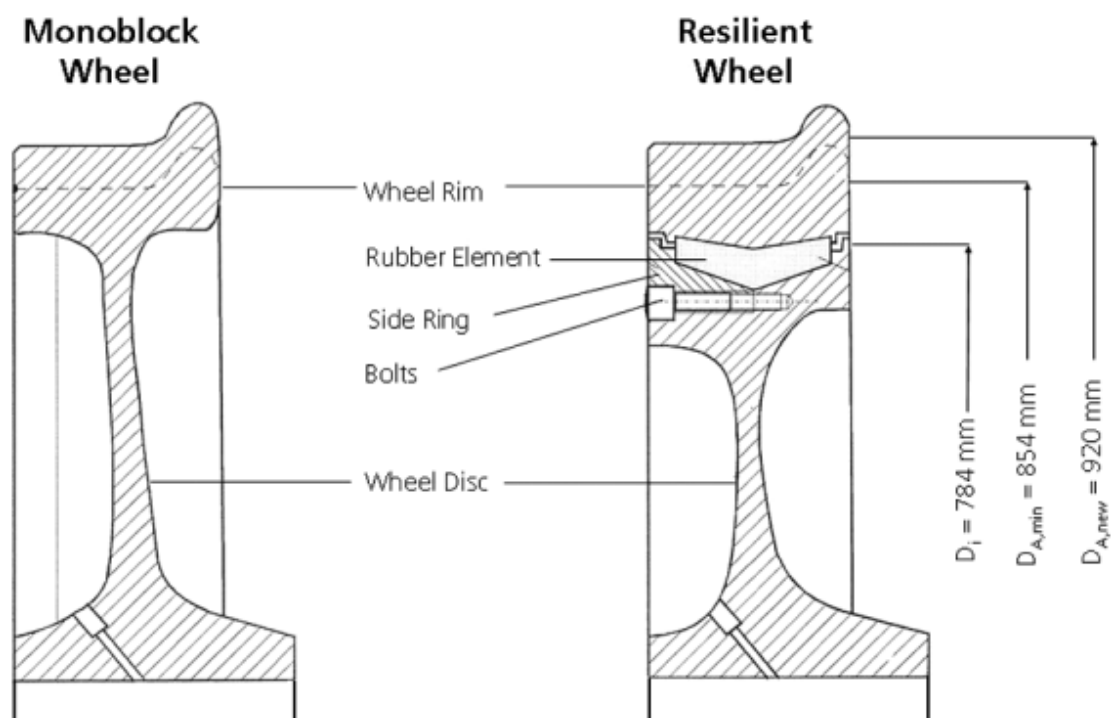
1.1 Reconstructie: van scheur tot catastrofe

Het breukvlak van de wielband vertoonde duidelijke beachmarks: boogvormige strepen die de opeenvolgende posities van het scheurfront markeren tijdens het groeiproces. Dit zijn de kenmerkende sporen van een vermoeiingsbreuk die zich over duizenden kilometers langzaam heeft uitgebreid. De scheur was al vóór de fatale rit aanwezig, maar werd tijdens de reguliere inspecties niet ontdekt — mede omdat de inspectieprocedure niet was afgestemd op het nieuwe wieltype.



Figuur 2: Afbeeldingsbron: G. Fischer en V. Grubisic [1]

1.2 Het wiel



Afbeeldingsbron: G. Fischer en V. Grubisic [1]

Het ICE 401-wiel week af van het traditionele massieve stalen wiel. Een rubberring tussen de wielband en de kern moest trillingen dempen en het rijcomfort verbeteren.

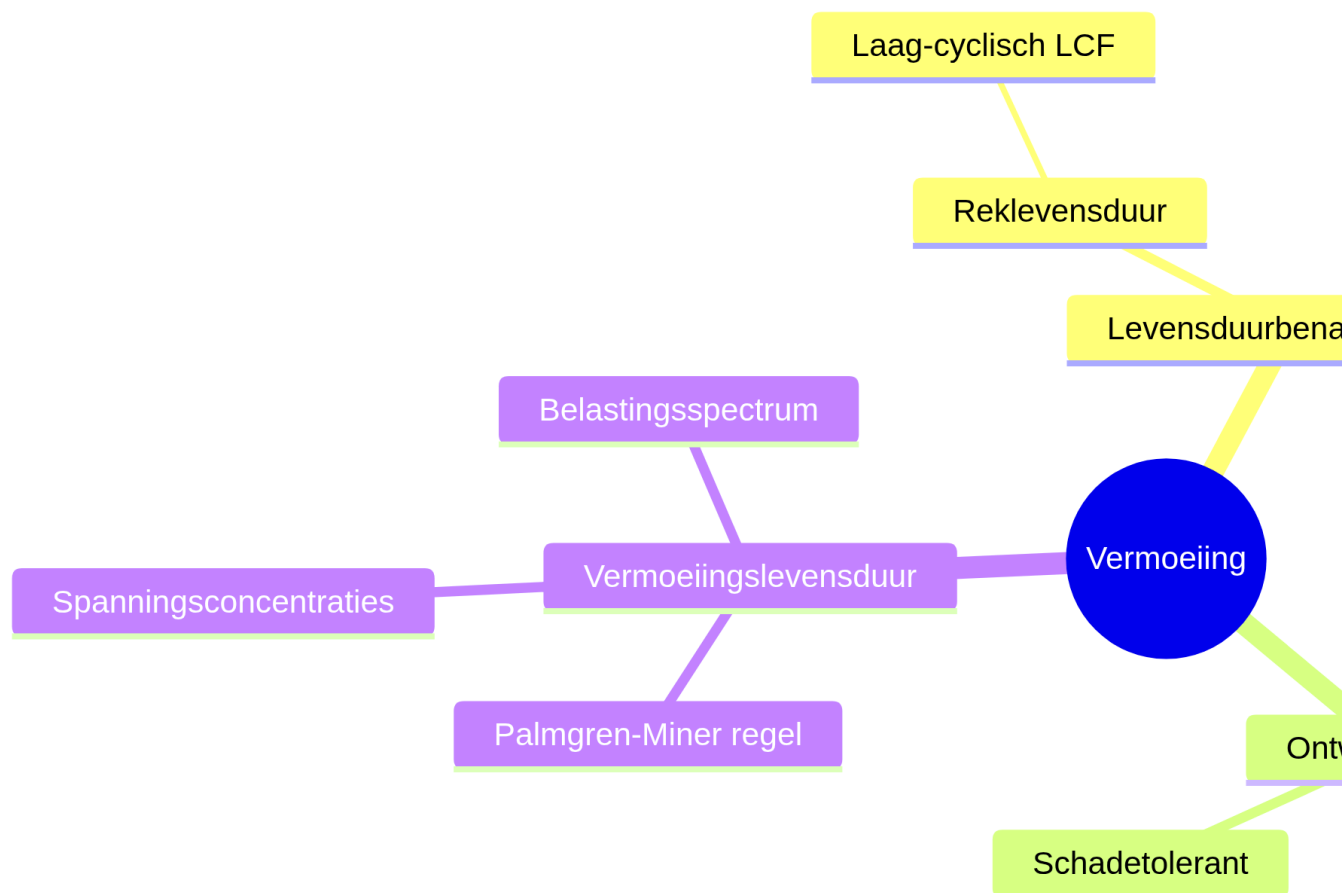
Dit innovatieve ontwerp bleek echter gevoeliger voor vermoeiing dan verwacht: rondom de rubberring konden lokaal hoge spanningen optreden die de wielband sneller deden verouderen dan bij het massieve ontwerp het geval was. Bovendien was de inspectiemethode — visuele controle en maatspectie, ontworpen voor massieve wielen — niet in staat om een groeiende inwendige scheur tijdig te detecteren. De combinatie van onvoldoende vermoeiingstests en een inadequade inspectiestrategie leidde tot de ramp.

1.3 Wat de ontwerpers misten

De Eschede-ramp illustreert waarom kennis van vermoeiing onmisbaar is in het ontwerpproces van veiligheidskritische componenten. Het wielontwerp was nieuw en comfortabeler dan het conventionele massieve stalen wiel, maar de vermoeiingseigenschappen waren onvoldoende getest en de inspectieprocedures waren niet afgestemd op het nieuwe wieltype. De vermoeiingsscheur groeide onopgemerkt over honderden kilometers, totdat de wielband brak met catastrofale gevolgen.

Dit college behandelt de basisconcepten om vermoeiingsfalen te voorspellen en te voorkomen: van de S-N curve en ontwerpcriteria tot de Palmgren-Miner regel en spanningsconcentraties.

2 Leerdoelen



Na dit college kun je:

- Het verschil tussen spanningslevensduur en reklevensduur uitleggen
- Een S-N curve interpreteren en gebruiken voor levensduurberekeningen
- De ontwerpcriteria voor vermoeiingsbestendig ontwerpen benoemen en toepassen
- De Palmgren-Miner regel toepassen voor een belastingsspectrum

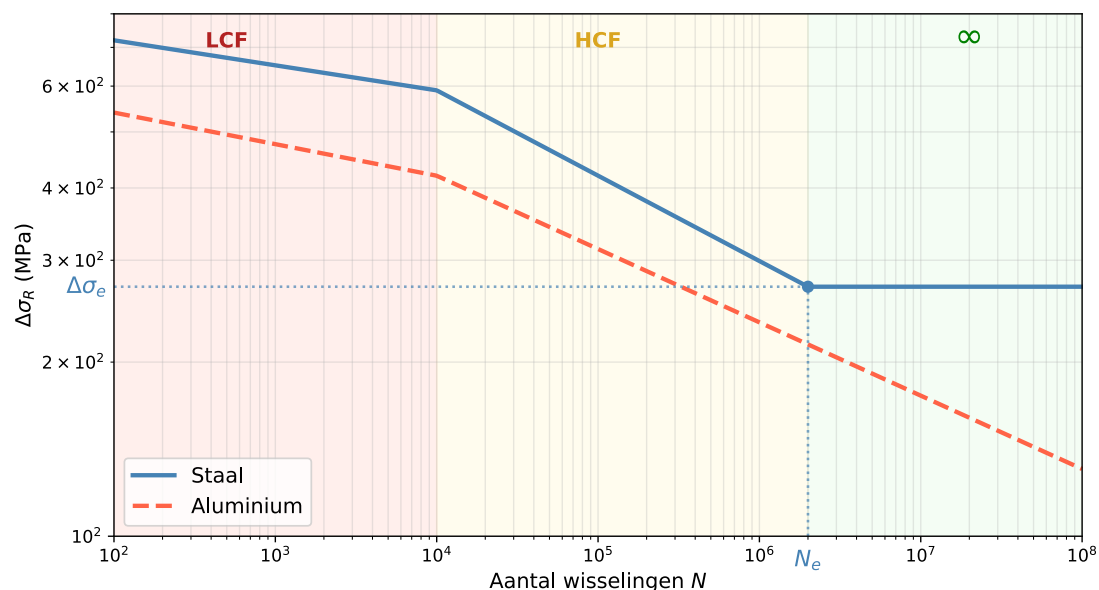
3 Spanningslevensduur

3.1 De S-N curve

De S-N curve (Wöhlercurve) is een empirische relatie die vastgesteld wordt door proefstukken cyclisch te belasten met een constante spanningsamplitude $\Delta\sigma_R$ bij een volledig omgekeerde belasting, totdat ze breken. Door de resulterende combinaties van amplitude en levensduur in een log-log diagram uit te zetten, ontstaat in het HCF-gebied een rechte lijn — de grafische uitdrukking van de machtsvergelijking.

Drie gebieden zijn te onderscheiden:

- het laag-cyclische gebied ($N < 10^3$ – 10^4) waar plastische vervorming dominant is
- het hoog-cyclische gebied (10^4 – 10^7)
- het gebied van oneindige levensduur boven 10^7 cycli.



3.2 De S-N machtsvergelijking

De rechte lijn in het log-log S-N diagram komt overeen met een machtsvergelijking. Met een bekend referentiepunt $(N_K, \Delta\sigma_K)$ op de curve — bijvoorbeeld het kniepunt bij de vermoeiingsgrens — kan de levensduur bij een willekeurige amplitude worden berekend. De helling m is een materiaalparameter. De helling van de curve in het log-log diagram is $-1/m$: een hogere m betekent een vlakkere curve. Voor gelaste constructiestaalverbindingen geeft de Eurocode $m = 3$; voor gladde proefstaven ligt m typisch tussen 8 en 12. Aluminium heeft een nog vlakkere HCF-helling: voor 6061-

T1 is $m \approx 15$. Merk op dat aluminium wél een vlakkere curve heeft dan staal, maar géén vermoeiingsgrens: de curve daalt onbeperkt door.

We benaderen een segment van de S-N curve met

$$\frac{N_R}{N_i} = \left(\frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma_R} \right)^m$$

Symbool	Betekenis
N_R	Levensduur bij $\Delta\sigma_R$
$N_i, \Delta\sigma_i$	Referentiepunt op de curve
m	Helling van de S-N curve in log-log diagram

In veel gevallen zullen we, op basis van het materiaal dat gebruikt wordt, de bijbehorende S-N curve opzoeken. Door twee punten (N_R, σ_R) en (N_i, σ_i) op de curve te gebruiken, kunnen we deze benadering gebruiken om de bijbehorende exponent m te bepalen.

3.3 Vermoeiingsgrens $\Delta\sigma_e$

Bij staal treedt bij hoog-cyclische belasting een karakteristiek kniepunt op: beneden een bepaalde spanningsamplitude $\Delta\sigma_e$ accumuleert praktisch geen schade meer en kan de component theoretisch oneindig lang meegaan. Voor gewoon constructiestaal geldt als vuistregel $\Delta\sigma_e \approx 0,5 \cdot R_m$, waarbij R_m de treksterkte is. Dit kniepunt ontstaat doordat bij lage amplitudes de dislokatiebewegingen in het kristalrooster niet langer cumulatief zijn.

Aluminium en de meeste non-ferrometalen hebben dit kniepunt niet: de S-N curve daalt ook bij het hogere aantal cycli door, al vlt de helling wel enigszins af. Voor deze materialen wordt een conventionele vermoeiingsgrens gedefinieerd bij een afgesproken aantal cycli (vaak 10^7 of 5×10^8), maar dit is een ontwerpconventie, geen fysieke grens. Dit betekent dat voor aluminium constructies altijd een eindige levensduur ontworpen moet worden.

3.4 Invloedsfactoren op de S-N curve

De S-N curve die uit proefstukken volgt, geldt voor een gepolijste, kleine, cilindrische staaf onder roterende buiging. In de praktijk wijken veel onderdelen hier op meerdere punten van af. Het effect hiervan passen we toe in de spanningsconcentratiefactor K_f . Deze vergroot de referentiespanning hoger, en bereik je dus ook sneller de vermoeiingsgrens.

De praktische aanpak is om de factor toe te passen op de optredende wisselspanning $\Delta\sigma_R$, zodat je een equivalente spanning krijgt die je direct kunt aflezen op de ongewijzigde S-N curve:

$$\Delta\sigma_{R,\text{eff}} = K_f \Delta\sigma_R$$

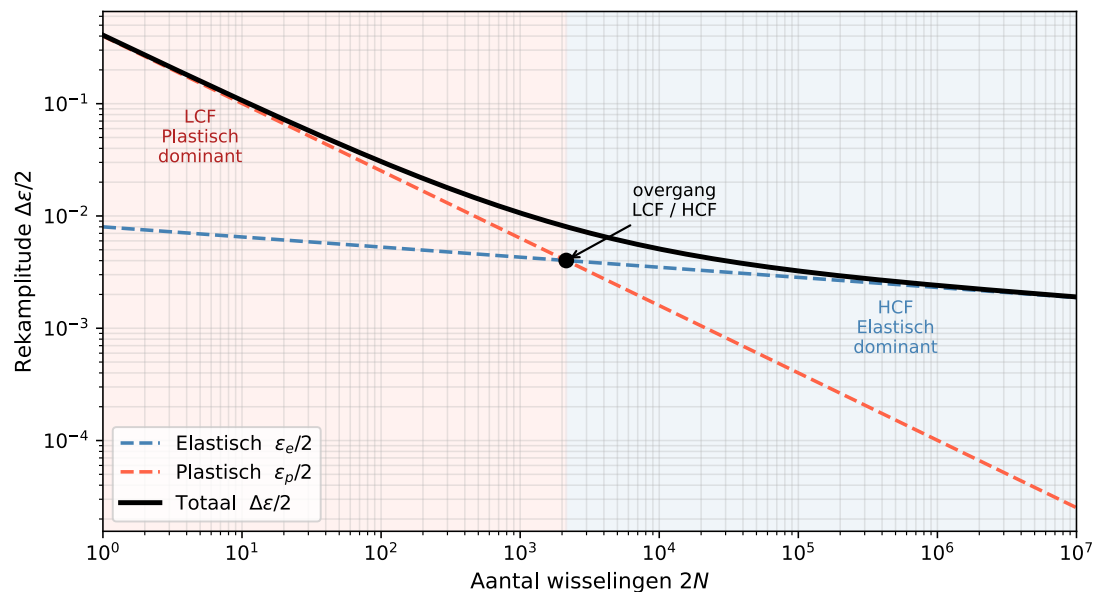
Waar $K_f > 1$ is en afhankelijk van de geometrie en oppervlaktekwaliteit van het onderdeel.

Omdat de factor K_f altijd groter of gelijk aan 1 is, verhoogt deze de effectieve spanning $\Delta\sigma_{R,\text{eff}}$ ten opzichte van de werkelijke wisselspanning $\Delta\sigma_R$. Het component gedraagt zich als een proefstuk dat zwaarder belast wordt. Met $\Delta\sigma_{R,\text{eff}}$ lees je de bijbehorende levensduur N_R direct af van de standaard S-N curve.

4 Reklevensduur

De S-N benadering gaat uit van elastisch gedrag. Zodra de spanning de vloeispanning S_y overschrijdt, treedt er per cyclus plastische vervorming op — dan is de S-N curve niet meer geldig.

4.1



4.2 Wanneer reklevensduur?

Bij laag-cyclische belasting of wanneer de spanning de vloeispanning overschrijdt, is de rek ε een betere maat voor de vermoeiingsbelasting dan de spanning. De ε -N curve bestaat uit een elastische component (Basquin) en een plastische component (Coffin-Manson). In het LCF-gebied domineert de plastische bijdrage; in het HCF-gebied de elastische. Het snijpunt markeert de overgang. In de ingenieurspraktijk geldt als vuistregel dat spanningslevensduur geldig is zolang de spanning elastisch blijft en het aantal cycli boven 10^4 ligt.

Vuistregels:

Situatie	Aanpak
$\sigma_{\max} < S_y$ en $N > 10^4$	Spanningslevensduur (S-N)
$\sigma_{\max} \gtrsim S_y$ of $N < 10^4$	Reklevensduur (ε -N)

...

Typische toepassingen: drukvaten, turbinebladen (thermische cycli), seismische belasting, persverbindingen

5 Ontwerpcriteria

5.1 Overzicht

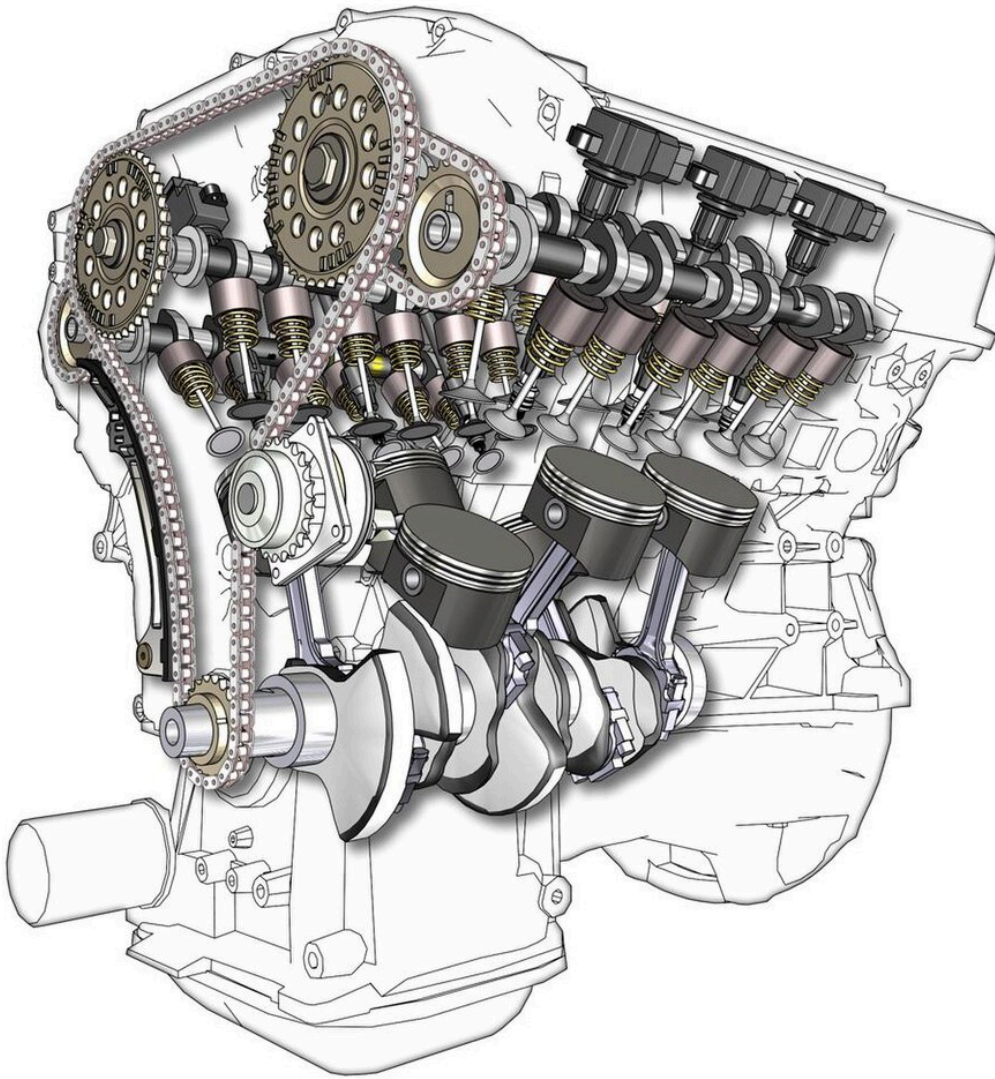
Vermoeiingsbestendig ontwerpen vereist dat de ontwerper een expliciet criterium kiest waartegen de levensduur getoetst wordt. Er zijn vier gangbare ontwerpcriteria, elk met een eigen filosofie over hoe met onzekerheid en schade wordt omgegaan. De keuze hangt af van de toepassing, de mogelijkheid om te inspecteren of te vervangen, en de veiligheidseisen die gelden voor de component.

Criterium	Principe	Wanneer
Oneindige levensduur	$\Delta\sigma_R \leq \Delta\sigma'_e$ altijd	Simpele geometrie, staal
Veilige levensduur	Berekende levensduur + veiligheidsfactor	Luchtvaart, automotive
Faalveilig	Veilige faaltoestand bij overbelasting	Gevaarlijk falen onaanvaardbaar
Schadetolerant	Scheurgroei bewaken + inspecties	Luchtvaart (standaard), civiel

5.2 Oneindige levensduur

$$\Delta\sigma_R \leq \Delta\sigma'_e$$

Ontwerp zo dat de spanning altijd onder de vermoeiingsgrens blijft.



Afbeeldingsbron: Swaroopvarma at English Wikipedia, Public domain, via Wikimedia Commons

Beperkingen:

- Alleen voor staal ($\Delta\sigma_e$)
- Leidt tot zware constructies bij hoge belastingen
- Onpraktisch bij variabele amplitude

Oneindige levensduur is het meest conservatieve ontwerpcriterium: de spanning blijft altijd onder de vermoeiingsgrens, zodat er theoretisch geen vermoeiingsschade accumuleert. Dit garandeert een onbeperkte levensduur, mits de belasting representatief blijft voor de gebruiksfase. Voor staal met een duidelijke vermoeiingsgrens is dit een praktisch toepasbaar criterium; voor aluminium ontbreekt een echte grens en is een eindige levensduur onvermijdelijk.

5.3 Veilige levensduur

1. Bepaal N_R uit S-N curve

2. Veiligheidsfactor: $N_{\text{design}} = N_R/n$ ($n \approx 4 - 6$)
3. Vervang of keur af bij N_{design}

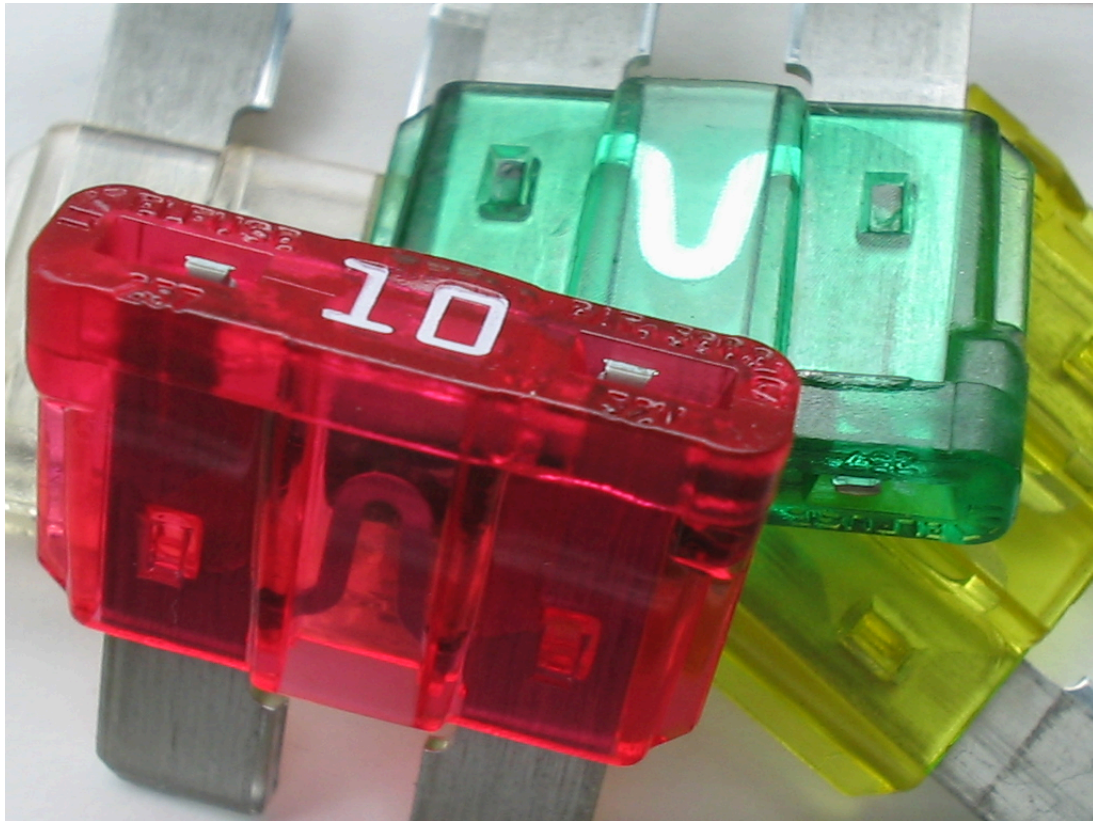


Afbeeldingsbron: David Monniaux, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Bij de veilige levensduurmethode wordt de verwachte levensduur N_R berekend uit de S-N curve bij de optredende spanningsamplitude. Een veiligheidsfactor n (typisch 4–6) reduceert dit tot de ontwerplevensduur N_{design} . Bij het bereiken van N_{design} wordt de component vervangen of afgekeurd, ongeacht de zichtbare conditie. De wielband van de ICE-trein had een veilige levensduur moeten hebben — de scheur zou dan nooit de kans hebben gekregen om fataal te worden.

5.4 Faalveilig ontwerp

Bij falen gaat het systeem naar een veilige toestand — functioneren is niet gegarandeerd



Afbeeldingsbron: M.Minderhoud, CC BY-SA 3.0 <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>, via Wikimedia Commons

Bij faalveilig ontwerp is het faalmechanisme zelf zo gekozen dat falen de situatie niet gevaarlijker maakt. De component mag ophouden met functioneren — dat is acceptabel — maar catastrofale of gevaarlijke gevolgen zijn uitgesloten door ontwerp. Een smeltzekering is het meest directe voorbeeld: bij overbelasting smelt de draad en onderbreekt de stroom. Het apparaat werkt niet meer, maar brand of schade aan andere onderdelen wordt voorkomen. Andere voorbeelden zijn een breekpen in een aandrijftras (beschermt de machine bij vastlopen) of een overdrukventiel in een drukvat.

Het onderscheid met redundant ontwerp is belangrijk: een redundant systeem blijft functioneren na het falen van een onderdeel (de last wordt overgenomen). Bij faalveilig ontwerp stopt het systeem, maar veilig.

5.5 Schadetolerant ontwerp



Afbeeldingsbron: Micaela A Watts (2021) 'The fault lies with ARDOT': Inspector who failed for years to spot I-40 crack fired, could face charges, USA Today News

Schadetolerant ontwerp gaat ervan uit dat schade — scheuren, corrosie, impactschade — onvermijdelijk aanwezig is of zal optreden tijdens de levensduur. In plaats van te ontwerpen zodat schade nooit optreedt, wordt de constructie zo gedimensioneerd dat een aanwezige scheur langzaam genoeg groeit om tijdig te worden ontdekt en gerepareerd vóórdat bezwijken optreedt. De brug op de foto is een goed voorbeeld: de scheur in het stalen onderdeel is zichtbaar en detecteerbaar bij periodieke inspectie. Zolang inspecties frequent genoeg plaatsvinden en de scheurgroeisnelheid bekend is, kan de constructie veilig in gebruik blijven.

Het schadetolerant criterium vereist daarom drie dingen:

- kennis van de scheurgroeisnelheid (beschreven door de Paris-wet, $\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m$)
- een inspectiestrategie die garandeert dat scheuren worden gevonden vóórdat ze kritisch worden,
- een kritische scheurlengte a_c waarboven de reststerkte onvoldoende is.

Dit criterium is de standaard in de luchtvaart en wordt steeds vaker toegepast in de civiele techniek en offshore-industrie.

6 Vermoeiingslevensduur

6.1 Belastingsspectrum

Tot nu toe is uitgegaan van een constante spanningsamplitude. In werkelijkheid varieert de belasting op een component voortdurend: een fiets rijdt over hobbels, een vliegtuig vliegt door turbulentie, een machine wordt belast en ontlast. Om de levensduur in deze situaties te berekenen, moet het belastingssignaal eerst worden omgezet naar een spectrum — een overzicht van hoeveel cycli er optreden bij elke spanningsamplitude. Dit gebeurt met de rainflow-telmethode, die cyclische pieken identificeert in een willekeurig tijdsignaal.

Werkelijke belastingen variëren in de tijd – variabele amplitude.

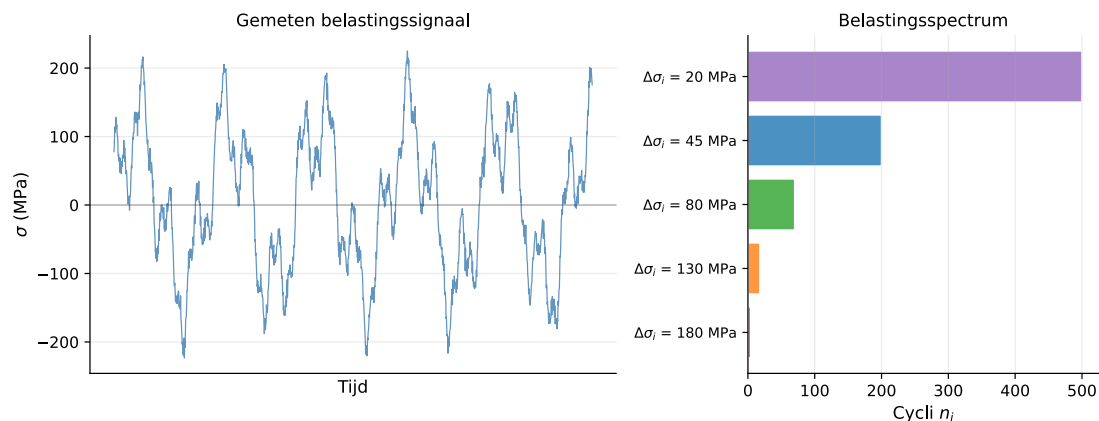
Een belastingsspectrum geeft de verdeling van spanningsamplitudes:

- Hoeveel cycli n_i treden op bij spanningsniveau $\Delta\sigma_i$?
- Vastgesteld via rainflow-tellen op een gemeten signaal

...

Een directe toepassing van de S-N curve is niet mogelijk – we hebben een methode nodig om schade te cumuleren.

6.2



6.3 Palmgren-Miner Regel

De Palmgren-Miner regel is de meest gebruikte methode voor schadecumulatie bij variabele amplitude. De aanname is dat schade lineair accumuleert: elk spanningsniveau $\Delta\sigma_i$ draagt een relatieve schade n_i/N_i bij, waarbij n_i het werkelijk opgetreden aantal cycli is en N_i de levensduur bij dat niveau (afgelezen van de S-N curve). Wanneer de cumulatieve schade $D = 1$ bereikt, wordt falen verwacht. Een belangrijke beperking is dat de methode geen rekening houdt met volgorde-effecten: de volgorde van hoge en lage amplitudes beïnvloedt in werkelijkheid de scheurgroei, maar de Miner-regel maakt dit onderscheid niet.

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \leq 1$$

Symbool	Betekenis
n_i	Aantal optredende cycli bij $\Delta\sigma_i$
N_i	Levensduur bij $\Delta\sigma_i$ (S-N curve)
D	Cumulatieve schade – falen bij $D = 1$

Bij de berekening van de schadefractie is het vaak handig om de gegenereerde schade per spanningsniveau in een tabel te zetten:

	$i = 1$	$i = 2$	...	Totaal
$\Delta\sigma_i$ (MPa)	$\Delta\sigma_1$	$\Delta\sigma_2$	...	
n_i	n_1	n_2	...	
N_i	N_1	N_2	...	
$D_i =$ n_i/N_i	D_1	D_2	...	$D = \sum D_i$

$$L = \frac{T}{D}$$

De meting bestaat een tijdsduur T (bijvoorbeeld één vlucht, één rijcyclus, of één jaar belasting). De totale schade per meting is D . Als de meting representatief is voor het gebruik, geeft $L = T/D$ de gemiddelde levensduur van de component.

6.4 Uitgewerkt voorbeeld

We gebruiken de waarden uit het belastingsspectrum hierboven en een S-N curve voor een gelaste staalverbinding (Eurocode detailklasse FAT 80): $m = 3$, referentie-punt $(N_R, \Delta\sigma_R) = (2 \times 10^6, 80 \text{ MPa})$. De levensduur per spanningsniveau volgt uit:

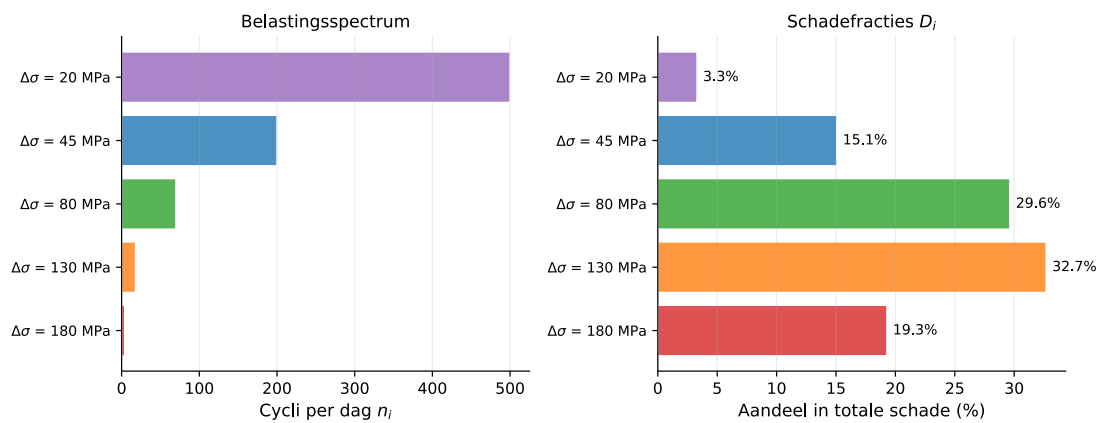
$$N_i = N_R \left(\frac{\Delta\sigma_R}{\Delta\sigma_i} \right)^m = 2 \times 10^6 \left(\frac{80}{\Delta\sigma_i} \right)^3$$

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	Totaal
$\Delta\sigma_i$ (MPa)	180	130	80	45	20	
n_i	4	18	70	200	500	
N_i	$1,76 \times 10^5$	$4,66 \times 10^5$	$2,00 \times 10^6$	$1,12 \times 10^7$	$1,28 \times 10^8$	
$D_i = n_i/N_i$	$2,8 \times 10^{-5}$	$3,86 \times 10^{-5}$	$3,50 \times 10^{-5}$	$1,78 \times 10^{-5}$	$3,91 \times 10^{-6}$	$1,18 \times 10^{-4}$

De totale schade per meetperiode is $D = 1,18 \times 10^{-4}$. Als het spectrum één dag belasting representeert ($T = 1 \text{ dag}$), volgt de verwachte levensduur:

$$L = \frac{T}{D} = \frac{1 \text{ dag}}{1,18 \times 10^{-4}} \approx 8.500 \text{ dagen} \approx \mathbf{23 \text{ jaar}}$$

Opvallend is dat niet het hoogste spanningsniveau ($\Delta\sigma_1 = 180 \text{ MPa}$, slechts 4 cycli per dag) de meeste schade veroorzaakt, maar het middelste niveau $\Delta\sigma_2 = 130 \text{ MPa}$ (18 cycli/dag) dat ruim een derde van de totale schade bijdraagt. Dit illustreert dat frequentie en amplitude samen bepalend zijn.



Bibliografie

- [1] G. Fischer en V. Grubisic, "Praxisrelevante Bewertung des Radbruchs vom ICE 884 in Eschede", *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, vol. 38, nr. 10, pp. 789-801, 2007, doi: [10.1002/mawe.200700151](https://doi.org/10.1002/mawe.200700151).