

Energieopslag

WB1642 Werktuigkundig Ontwerpproject 2

Freek Broeren
TU Delft | Mechanical Engineering

Gepubliceerd op 2025-11-13

Laatst bijgewerkt op 2026-07-29

Inhoudsopgave

1	Veerkarakteristieken	2
1.1	Wat betekenen de getalletjes in de tabellen	2
1.2	Hoe berekenen we de totaal opgeslagen veer-energie?	4
2	Energieomzetting	5
2.1	Rollen van een helling	5
3	Energie in een vliegwiel	6
	Bibliografie	8

In het WOP2-project maken we gebruik van veren als energieopslag en aandrijving. Om hier goed mee te kunnen ontwerpen, moeten we weten welke krachten we uit deze veren kunnen halen. Gelukkig geeft de fabrikant ons al veel van de gegevens die we nodig hebben.

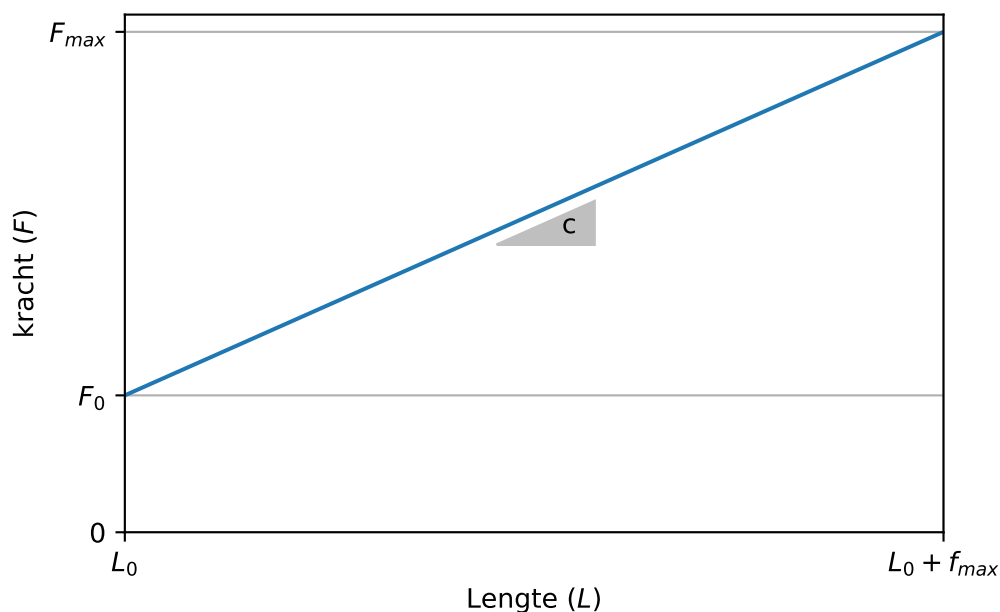
Daarnaast kijken we in dit onderdeel ook kort naar energie-opslag in vliegwielen. Je zult zien dat, ook als je geen vliegwiel in je ontwerp gebruikt, het toch nuttig is om hier rekening mee te houden bij het ontwerp van een wagentje.

1 Veer karakteristieken

De veren die we gebruiken in ons ontwerp hebben een lineaire karakteristiek. Dit betekent dat hun stijfheid c constant is over de gehele toegestane uitrekking. De kracht die de veer levert is dan lineair met de uitrekking:

$$F_{\text{veer}} \propto c \cdot f, \quad (1)$$

waarbij f de uitrekking van de veer is ten opzichte van zijn rustlengte. Dit verband is ook weergegeven in Figuur 1.



Figuur 1: Kracht-lengte grafiek van een trekveer met stijfheid c en voorspanningskracht F_0

Wat je mogelijk al opgevallen is in deze figuur, is dat de kracht niet bij nul begint. Voor veel trekveren is dat het geval. In hun rusttoestand zijn de windingen van de veer al op elkaar gedrukt, waardoor er een minimale kracht F_0 nodig is om een uitrekking te krijgen. Daarom gebruikten we ook het “evenredig met”-symbool $\propto$ in Vergelijking 1.

1.1 Wat betekenen de getalletjes in de tabellen

Wanneer je een veer bestelt, doe je dat uit een catalogus. Daarin vind je alle eigenschappen van de veren terug, maar vaak moet je hier wel zelf nog even aan rekenen.

Laten we bijvoorbeeld eens kijken naar de gegevens die Alcomex geeft voor hun D2790 drukveer. Deze gegevens staan in Tabel 1.

Tabel 1: Gegevens van de D2790 veer. Bron: Alcomex

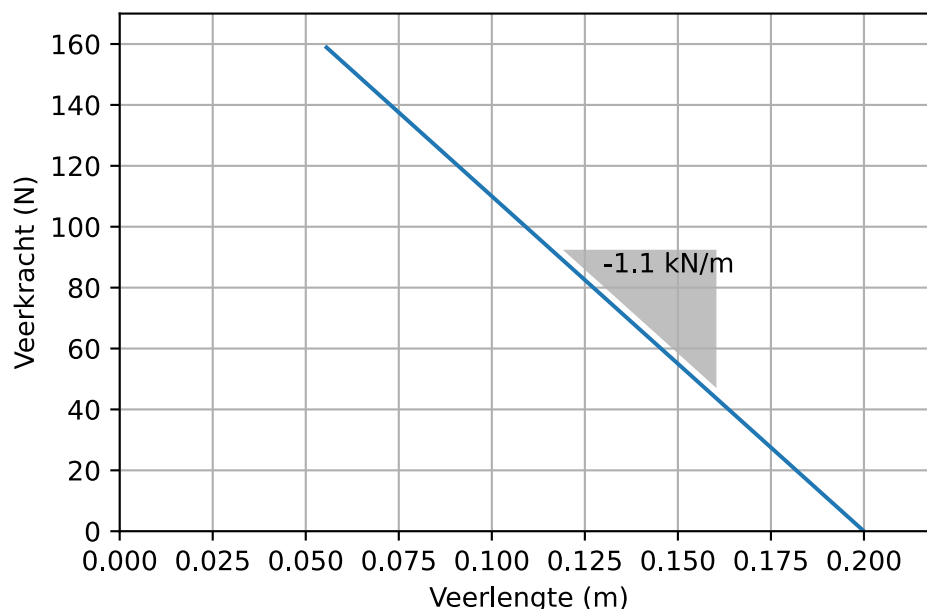
d	D_m	L_o	L_n	A_s	B_{us}	F_n (N)	c (N/mm)
2,0	20,0	200,0	55,6	17,1	22,9	158,87	1,10

Maar twee van de getallen in deze tabel hebben een eenheid erbij staan. Voor de overige getallen lezen we onderaan de pagina dat de eenheid millimeters is. Grofweg vallen deze getallen uiteen in twee categorieën: waarden die over de vorm van de veer gaan en waarden die over de kracht en uitrekking gaan.

De waarden d , D_m , L_o , A_s en B_{us} beschrijven de vorm van de drukveer in zijn ongespannen toestand. Zo is d de draaddiameter, D_m de harddiameter van de veer en L_o de ongespannen lengte. Deze waarden gebruiken we wanneer we de details van ons ontwerp uitwerken om te zorgen dat de veer past waar deze terecht moet komen.

Aan het begin van het ontwerpproces zijn echter de andere waarden veel interessanter. Deze leren ons hoeveel kracht we uit deze veer kunnen verwachten en hoeveel energie we erin op kunnen slaan. L_n is de lengte van de veer in zijn uiterste gespannen toestand. Om die lengte te bereiken, moet er een kracht F_n op de veer werken. Voor de volledigheid wordt ook de veerconstante c nog gegeven.

Omdat we weten dat het kracht-weggedrag van deze veer lineair is, kunnen we op basis van deze gegevens de kracht-lengte grafiek van de veer tekenen. In Figuur 2 wordt deze gegeven.



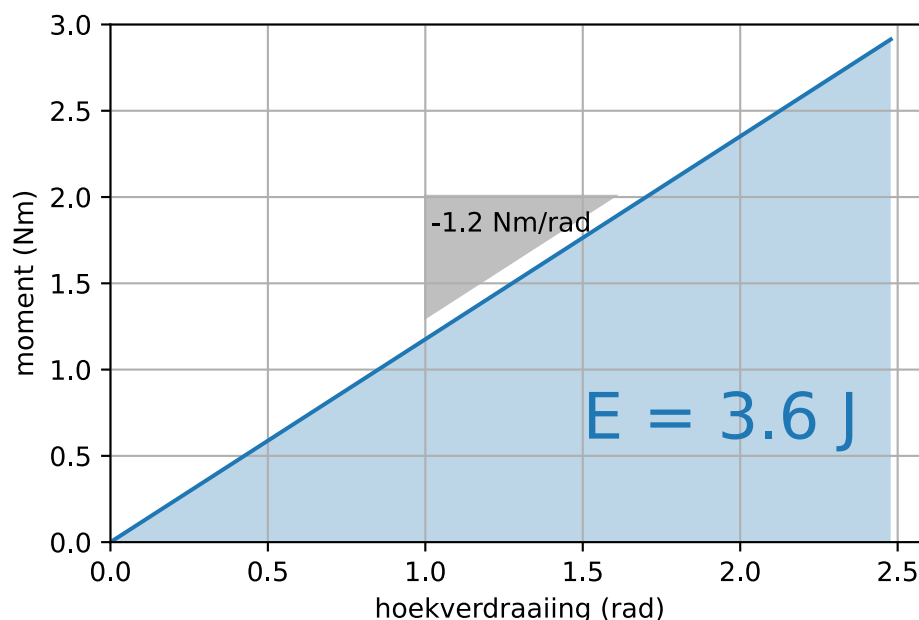
Figuur 2: Kracht-lengte grafiek van de D2790 drukveer

In deze grafiek vinden we voor elke haalbare lengte van de veer welke kracht er nodig is om deze zo ver in te drukken. Natuurlijk is dit ook meteen de kracht waarmee deze veer op zijn omgeving zal drukken.

We hebben deze grafiek nu op laten houden bij de maximaal haalbare indrukking, een lengte van 55,5 mm. Echter kun je een drukveer vaak nog wel wat verder indrukken, en een trekveer kan je zeker verder uitrekken dan zijn maximale lengte. Je loopt dan echter wel het risico dat de veer blijvend vervormd raakt, of zelfs beschadigd wordt. Daarom is het verstandig om in je ontwerp altijd binnen de opgegeven grenzen te blijven.

1.2 Hoe berekenen we de totaal opgeslagen veer-energie?

Uit de kracht-lengte grafiek kunnen we ook de energie berekenen die in de veer is opgeslagen. Deze energie is gelijk aan het gebied onder de kracht-lengte grafiek. Hieronder zullen we dit doen voor de TOR2070 torsieveer.



Figuur 3: Kracht-lengte grafiek van de TOR2070 drukveer

Zoals we zien in Figuur 3, vormt de hoekverdraaiing-moment grafiek een driehoek. We kunnen daarom eenvoudig de oppervlakte hiervan berekenen met

$$E = \frac{1}{2} M \alpha, \quad (2)$$

waarbij E de opgeslagen energie in de veer is, M het maximale moment dat op de veer werkt en α de maximale hoekverdraaiing van de veer.

Voor een trekveer of drukveer kunnen we op een vergelijkbare manier de opgeslagen energie berekenen. Let alleen in het geval van een trekveer wel op dat er een voorspanning aanwezig zal zijn in de veer, zoals we ook zagen in Figuur 1. Je zult dan dus een rechthoekig gebied bij je energie op moeten tellen.

2 Energieomzetting

We weten nu hoeveel energie er in een veer opgeslagen kan worden, maar wat gaan we met die energie doen? In ons ontwerp zullen we die vooral gebruiken om te rijden en te takelen. Wanneer we dat doen, wordt de potentiële energie in de veer omgezet in kinetische energie. Wanneer er geen wrijving is, is de totale energie behouden. Alle veer-energie kan dus omgezet worden naar kinetische energie van het wagentje of hoogte-energie van het paslood. In de praktijk zullen er altijd verliezen zijn, bijvoorbeeld door wrijving. In een later college komen we daar op terug.

Op een gegeven moment zal de veer volledig ontladen zijn en is alle veer-energie omgezet in kinetische energie. Zonder verliezen kunnen we dan schrijven:

$$\frac{1}{2}cf^2 = E_{\text{veer}} = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2, \quad (3)$$

waarbij c de veerconstante is, f de uitrekking van de veer aan het begin van de beweging, m de massa van het wagentje en v de snelheid van het wagentje aan het einde. Deze snelheid is de maximaal haalbare snelheid aangezien alle energie die we aan het begin in de veer opgeslagen hadden nu omgezet is naar beweging.

Let echter wel op. Net zo makkelijk als we de energie van de veer in beweging om konden zetten, kan deze ook weer terug gaan. Als je veer dus nog steeds op dezelfde wijze aan het wiel verbonden is, zal deze weer uitgerekt worden door de beweging tot het karretje weer tot stilstand komt.

<IPython.core.display.HTML object>

Figuur 4: Bij een veer-aangedreven karretje wordt de veer-energie uitgeruild voor de kinetische energie.

2.1 Rollen van een helling

Bekijk het onderstaande experiment. Hierbij worden twee wielen van gelijke diameter en massa van een helling gerold. Ze beginnen dus beiden met een zelfde hoeveelheid hoogte-energie. Onderaan de helling is deze hoogte-energie, als we verliezen weer even verwaarlozen, volledig omgezet in kinetische energie. Volgens Vergelijking 3 zouden we dus verwachten dat ze onderaan de helling beiden dezelfde snelheid hebben.

<https://youtu.be/CHQOctEvtTY?si=6b8TclVzK3EDF5lr> In deze video worden twee wielen van gelijke diameter en massa van een helling gerold. Welke denk je dat eerder beneden is?

Figuur 5

Je ziet dat er toch een verschil is in de tijd die de wielen nodig hebben om beneden te komen. Het holle wiel is langzamer beneden dan het massieve, houten wiel. Dat betekent dat we nog iets gemist hebben in Vergelijking 3. Het missende onderdeel is het traagheidsmoment van het wiel. Wanneer een wiel rolt, draait het om zijn as. Deze rotatie moeten we ook meenemen wanneer we kijken naar de energieomzetting.

De kinetische energie van een roterend lichaam wordt gegeven door:

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2, \quad (4)$$

waarbij I het traagheidsmoment van het lichaam is en ω de hoeksnelheid. Traagheidsmomenten voor verschillende lichamen vind je op pagina 21 van het formuleboekje.

Eigenlijk zouden we Vergelijking 3 dus moeten uitbreiden met deze rotatie-energie. Voor een rollend wiel wordt de hoeksnelheid ω gerelateerd aan de snelheid v van het wiel door $\omega = v/r$, waarbij r de straal van het wiel is. Hierdoor kunnen we schrijven:

$$\frac{1}{2} c f^2 = E_{\text{veer}} = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \left(\frac{v}{r} \right)^2. \quad (5)$$

Hieruit kunnen we nu de snelheid v van het wiel oplossen:

$$v = \sqrt{\frac{c f^2}{m + \frac{I}{r^2}}}. \quad (6)$$

Zo zie je dat de rotatie-energie van het wiel ervoor zorgt dat de snelheid lager is dan wanneer we alleen de translatie-energie zouden meenemen. Hoe groter het traagheidsmoment I van het wiel, hoe lager de uiteindelijke snelheid van het wagentje zal zijn. Dit verklaart dus waarom het holle wiel langzamer beneden kwam dan het massieve houten wiel.

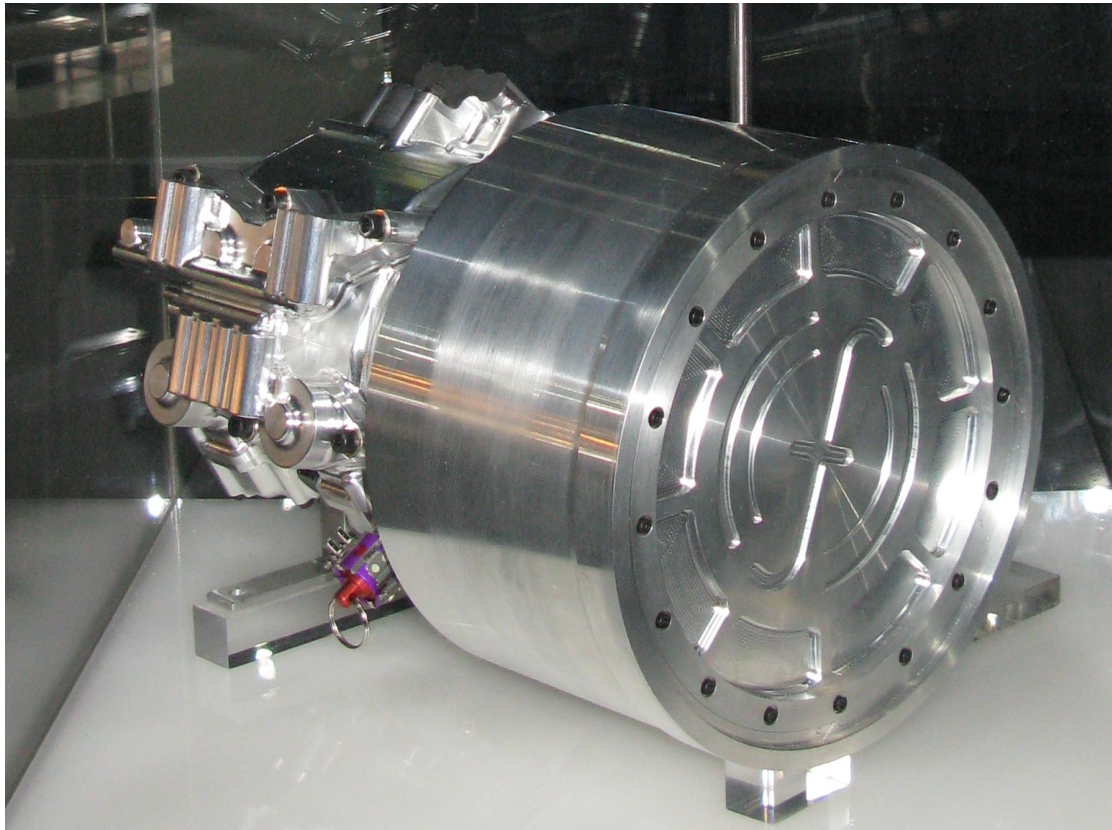
3 Energie in een vliegwiel

Hiervoor zagen we een negatief effect van het traagheidsmoment van een wiel. Deze zorgde ervoor dat de uiteindelijke snelheid van ons karretje lager werd. Toch kan een groot traagheidsmoment ook nuttig zijn. We kunnen deze namelijk gebruiken om energie in op te slaan.

In Formule-1 auto's zijn vliegielen gebruikt als onderdeel van het zogenaamde Kinetic Energy Recovery System (KERS). Dit systeem zorgt ervoor dat tijdens het remmen de energie niet volledig gedissipeerd wordt, maar dat deze even later weer gebruikt kan worden om te versnellen.

De vliegwiel die hiervoor nodig zijn zijn erg zwaar en draaien op hoge snelheden. Een van de eerste systemen, de Flybrid, zien we in Figuur 6. Het vliegwiel in dit systeem weegt 5 kg en draait maximaal met 64500 rpm¹. Hierin kan zo'n 400 kJ aan energie opgeslagen worden.

¹Bron: Wikipedia: Kinetic Energy Recovery System. Bezocht op 13 november 2025.



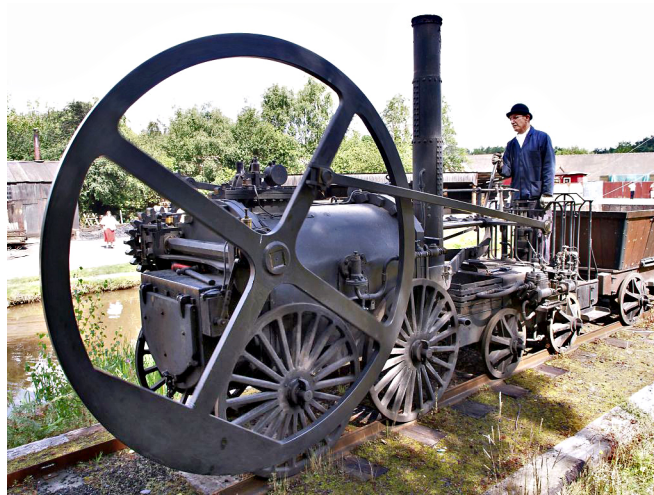
Figuur 6: Vliegwielen werden onder meer gebruikt in de KERS-systemen van Formule 1-auto's om kinetische energie op te slaan tijdens het remmen.

Bron: Geni, CC BY-SA 4.0 via Wikimedia Commons

Op basis van deze gegevens kunnen we het traagheidsmoment van dit wiel berekenen:

$$I = \frac{2E}{\omega^2} = \frac{2 \cdot 400 \cdot 10^3}{\left(\frac{64500 \cdot 2\pi}{60}\right)^2} = 0,0185 \text{ kgm}^2. \quad (7)$$

Als dit wiel massief zou zijn, zou het een straal van $r = \sqrt[4]{\frac{I}{0,5m}} = \sqrt[4]{\frac{0,0185}{0,5 \cdot 5}} = 0,32 \text{ m}$ hebben. In werkelijkheid had dit wiel een doorsnede van slechts 240, mm, een stuk kleiner. Dit is gedaan door zoveel mogelijk van de massa van het vliegwiel aan de buitenkant te plaatsen. Zo vergroot je het traagheidsmoment zonder al te veel massa toe te voegen aan het systeem. Een vergelijkbare aanpak zien we op veel plekken, zoals de stoomlocomotief van Figuur 7.



Figuur 7: Ook op stoomlocomotieven wordt gebruik gemaakt van vliegwielen, hier om de energie-output van de stoomketel te reguleren.

Bron: Birmingham Museums Trust, CC BY-SA4.0, via Wikimedia Commons

Bibliografie